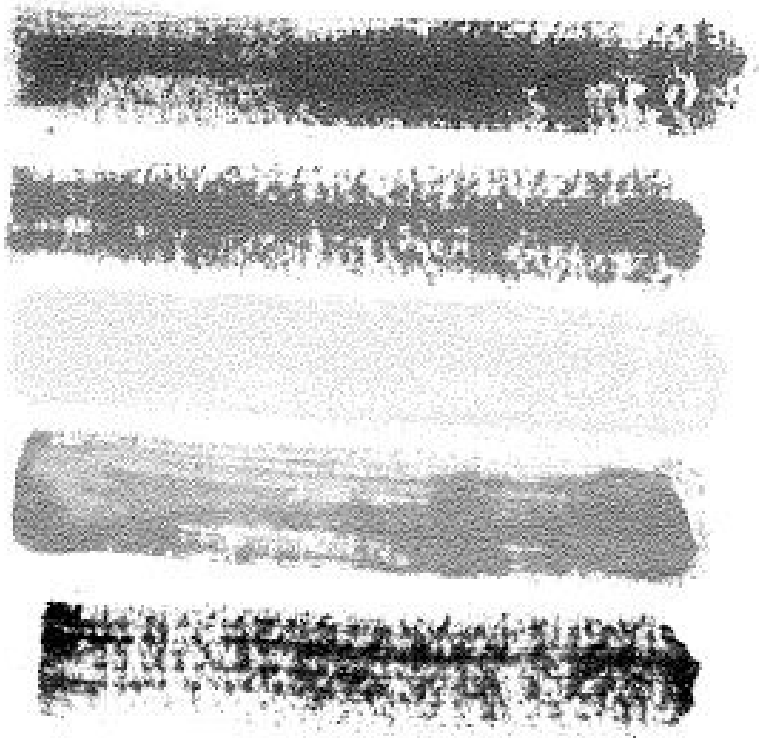
Ole Skovsmose

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

A QUESTÃO DA DEMOCRACIA

0112014810



4ª Edição

ecritos em educação matemática • SBEM

PAPIRUS

© Ole Skovsmose, 2001

Este livro compreende 5 artigos, cujos direitos de tradução e reprodução foram gentilmente cedidos conforme segue:

a) pela Kluwer Academic Publishers [*Educational Studies in Mathematics*]
"Mathematical Education *versus* Critical Education" [16, pp. 337-354, 1985]
"Towards a Critical Mathematics Education" [27, pp. 35-57, 1994]
"Mathematical Education and Democracy" [21(2), pp. 109-128, 1990]

b) pela For the Learning of Mathematics
"Democratic Competence and Reflective Knowing in Mathematics"
[12(2), pp. 2-11, jun. 1992]
"The Ideology of Certainty in Mathematics" (com Marcelo C. Borba)
[17(3), pp. 17-23, nov. 1997]

Capa: Fernando Cornacchia
Capidesque: Mônica Saddy Martins
Revisão: Maria Lúcia A. Maier

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Skovsmose, Ole
Educação matemática crítica : A questão da democracia / Ole Skovsmose. – Campinas, SP : Papirus, 2001. – (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

Bibliografia.
ISBN 85-308-0641-7

1. Democracia 2. Matemática – Estudo e ensino 3. Pedagogia crítica I. Título. II. Série.

01-2214 CDD-510.7

Índices para catálogo sistemático:

E-14810 **4ª Edição**
2008

Proibida a reprodução total ou parcial da obra de acordo com a lei 9.610/98. Editora afiliada à Associação Brasileira dos Direitos Reprográficos (ABDR).

DIREITOS RESERVADOS PARA A LÍNGUA PORTUGUESA:
© M.R. Cornacchia Livraria e Editora Ltda. – Papirus Editora
R. Dr. Gabriel Penteado, 253 – CEP 13041-305 – Vila João Jorge
Fone/fax: (19) 3272-4500 – Campinas – São Paulo – Brasil
E-mail: editora@papirus.com.br – www.papirus.com.br

SUMÁRIO

PREFÁCIO 7
Marcelo C. Borba

1. EDUCAÇÃO MATEMÁTICA *VERSUS* EDUCAÇÃO CRÍTICA 13

2. EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E DEMOCRACIA 37

3. COMPETÊNCIA DEMOCRÁTICA E O CONHECER REFLEXIVO NA MATEMÁTICA 65

4. EM DIREÇÃO À EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA . . . 97

5. A IDEOLOGIA DA CERTEZA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 127
Marcelo C. Borba e *Ole Skovsmose*

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 149

5

A IDEOLOGIA DA CERTEZA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA[1]

Marcelo C. Borba
Ole Skovsmose

Resultados matemáticos e dados estatísticos são uma referência constante durante debates na sociedade. Eles fazem parte da estrutura da argumentação. Dessa forma, a matemática é usada para dar suporte ao debate político. Mas não apenas isso. Ela se torna parte da linguagem com a qual sugestões políticas, tecnológicas e administrativas são apresentadas. A matemática torna-se parte da linguagem do poder. Neste artigo, apresentamos um aspecto que faz da matemática a palavra final em muitas discussões. O poder de conter o argumento definitivo atribuído à matemática é amparado pelo que denominaremos uma "ideologia da certeza" (Borba 1992).

Muitos autores têm sustentado que a matemática tem dimensões políticas. Mellin-Olsen (1987) e Volmink (1989) afirmam

1. Tradução de Jussara de Loiola Araújo, do artigo de Borba e Skovsmose (1997).

que alunos que não aprendem matemática estarão em desvantagem, já que não serão capazes de lidar com a complexidade da sociedade atual. Frankenstein (1989) aponta que o uso incorreto de informação matemática leva à discriminação racial, sexual e socioeconômica na sociedade, e propõe o uso de problemas matemáticos inseridos em situações sociais como uma maneira de dar poder[2] aos alunos por meio de ferramentas matemáticas que os tornarão capazes de ter uma visão crítica do mundo. E Frankenstein e Powell (1994) defendem uma sociedade na qual minorias e estudantes do sexo feminino não sejam desabilitadas matematicamente por filtros sociais, políticos e econômicos dos Estados Unidos, que as discriminam por suas habilidades matemáticas. Esses autores enfatizam o uso (indevido) da matemática e seus efeitos naqueles que não têm acesso à educação matemática.

Poderia ser razoável assumir que esses alunos destituídos de poder seriam capazes de se tornar atores mais críticos na sociedade se tivessem acesso à matemática. Mas, por outro lado, obter acesso à educação matemática sem ser crítico da ideologia da certeza pode reforçar o *status quo*.

❑ *A natureza da ideologia*

Em geral, concebemos uma ideologia como um sistema de crenças que tende a esconder, disfarçar ou filtrar uma série de questões ligadas a uma situação problemática para grupos sociais. Uma ideologia poderia camuflar ou suavizar essa situação por obstruir possibilidades de identificar e discutir a natureza da

2. A expressão "dar poder" está sendo usada aqui como tradução da palavra *empowering*. Deve ser entendida como "tornar capaz de", "habilitar" ou, como os próprios autores continuam, "capacitá-los [os alunos] a ter uma visão crítica do mundo". (N.T.)

"crise" dessa situação. Lutar para tornar explícita essa ideologia representa uma atitude crítica em direção dessa situação e da ideologia que a acoberta.

Vemos a ideologia da certeza como uma estrutura geral e fundamental de interpretação para um número crescente de questões que transformam a matemática em uma "linguagem de poder". Essa visão da matemática – como um sistema perfeito, como pura, como uma ferramenta infalível se bem usada – contribui para o controle político.

Tal visão da matemática não tem sua base no debate sobre os fundamentos da matemática (Snapper 1979) nem na discussão sobre os aspectos social e cultural da matemática (Borba 1987; D'Ambrosio 1994). Entretanto, é essa a visão usada pelos programas de televisão sobre ciências, pelos jornais e pelas escolas e universidades. Nesses ambientes, a matemática é freqüentemente retratada como instrumento/estrutura estável e inquestionável em um mundo muito instável. Frases como "foi provado matematicamente", "os números expressam a verdade", "os números falam por si mesmos", "as equações mostram/asseguram que" são freqüentemente usadas na mídia e nas escolas. Essas frases parecem expressar uma visão da matemática como uma referência "acima de tudo", como um "juiz", que está acima dos seres humanos, como um artifício não-humano que pudesse controlar a imperfeição humana.[3]

Achamos necessário lutar contra esse mito se nosso objetivo ético é construir uma pedagogia que combata a opressão na sociedade, já que essa visão de matemática corrobora a noção de que a matemática é livre da influência humana e superior aos seres humanos. Nas escolas, em particular, essa crença é expressa

3. Machado (1990) discutiu hipóteses similares sobre a matemática (a matemática é abstrata, exata, inata...) para afirmar que o ensino de matemática e o ensino de nossa língua materna deveriam estar muito mais próximos do que realmente estão.

em um sentido especial. Os currículos de matemática usualmente adotados lidam com problemas com uma e apenas uma solução, um fato que reforça a idéia de que a matemática é livre da influência humana.

Um problema matemático pode ser contextualizado, mas a "contextualização" pode introduzir um mundo artificial. Digamos que um problema tenha a ver com compras: "Qual é o preço da comida necessária para seguir uma dada receita (para quatro pessoas), quando nove pessoas são esperadas para a festa?" Como é usual, não é dada nenhuma outra informação além da necessária. Os alunos podem, então, resolver esse problema como um exercício de proporcionalidade.

Imagine, entretanto, um comentário como este: "Eu conheço uma receita um pouco diferente e, se usarmos algumas cenouras a mais, não precisaremos tanto disso; eu acho, até, que poderia ficar mais saboroso. Na verdade, gosto de cenouras..." Normalmente, tal maneira de pensar não leva a lugar nenhum, certamente não à resposta correta. O contexto de sala de aula de matemática molda nossa experiência de uma forma bem diferente do que outras situações o fazem (Lave 1988); a receita mencionada no exercício de matemática não é uma receita vinda da cozinha. Temos de lidar com pseudoproblemas, com um mundo onde o paradigma verdadeiro-falso domina.

A ideologia da certeza está escondida: está implicitamente conectada a poderosas ferramentas matemáticas. Esse discurso sobre a matemática promove seu enorme poder em aplicações, mas não diz muito sobre as hipóteses que têm de ser feitas para usar a matemática. A base da ideologia que está subjacente a esse discurso pode ser resumida pelas seguintes idéias.

1) A matemática é perfeita, pura e geral, no sentido de que a verdade de uma declaração matemática não se fia em nenhuma investigação empírica. A verdade matemática

não pode ser influenciada por nenhum interesse social, político ou ideológico.

2) A matemática é relevante e confiável, porque pode ser aplicada a todos os tipos de problemas reais. A aplicação da matemática não tem limite, já que é sempre possível matematizar um problema.

A primeira afirmativa trata da pureza e da generalidade da matemática; a segunda trata das suas aplicações sem fim. A ideologia da certeza embrulha essas duas afirmativas juntas e conclui que a matemática pode ser aplicada em todo lugar e que seus resultados são necessariamente melhores que aqueles obtidos sem a matemática. Um argumento baseado na matemática para a solução de problemas reais é, portanto, sempre confiável.

Isso parece lógico à primeira vista. Acreditar nas aplicações da matemática não é um problema em si; o problema surge quando acreditamos que, aplicando "um corpo perfeito de conhecimentos" a um problema, teremos "*a* solução" desse problema. O problema torna-se mais complicado se pensarmos que a aplicação da matemática (ou de qualquer outro corpo de conhecimentos) é neutra e não ajuda a formatar nem o problema nem a solução, como discutiremos mais adiante neste artigo.

Supondo (1) e (2), todo um leque de questões cruciais relacionadas à confiabilidade e às conseqüências das aplicações da matemática fica oculto. Portanto, acreditamos que a dependência de (1) e (2) constitui uma ideologia. Acreditamos que os seres humanos têm sempre de usar o julgamento quando usam a matemática. A matemática pode ser aplicada a problemas apenas se eles são "cortados" de uma forma apropriada, para se adequar à matemática, e a matemática é "perfeita" apenas quando construímos um contexto suficientemente adequado para essa proposta.

Uma aplicação da matemática envolve uma "interação" entre a matemática, vista como um tipo de estrutura formal, e um contexto. Por meio da matemática, podemos falar sobre um "pedaço da realidade"; podemos usar a matemática como uma base para uma decisão; podemos nos referir à matemática quando nós, como técnicos, estamos envolvidos em um processo de construção tecnológica etc. Entretanto, como parte do processo de resolução do problema simplificado, somos colocados em um mundo mágico, onde a gramática da matemática encaixa-se no mundo platônico sobre o qual estamos falando. Aqui, temos a informação necessária; calculamos; e o cálculo torna-se certo ou errado.

A ideologia da certeza está difundida por toda a sociedade, e não apenas em sentenças como "os números *mostram*...", que aparecem todos os dias nos noticiários. Nas escolas, a fantasia sobre os superpoderes da aplicação da matemática pode tornar-se mais forte, já que a maioria dos problemas com os quais os alunos lidam lá são criados de maneira a ter a matemática sutilmente encaixada neles.

Quando aplicações da matemática encaixam-se no paradigma verdadeiro-falso, isso pode reforçar (e os alunos podem aprender mais sobre o assunto) a crença de que aplicar a matemática é a "melhor maneira" de proceder. Eles aprendem como manusear os problemas escritos em um contexto escolar. Mas, simultaneamente, são apresentados a uma crença perigosa. Essa crença dá a impressão de que questões e dificuldades em aplicações "reais" da matemática são "similares" às questões e dificuldades que encontram quando tratam de problemas apresentados na escola. Essa crença elimina uma série de problemas relacionados a aplicações da matemática fora da escola. Portanto, novamente, falamos em ideologia e, porque ela se refere ao paradigma do verdadeiro-falso, nós a denominamos a ideologia da certeza.

Os educadores matemáticos com uma perspectiva crítica deveriam tentar ensinar matemática de uma forma que mostrasse:

a) que este "corpo de conhecimentos" é apenas um entre muitos;
b) as simplificações feitas no processo de matematização.

Os alunos deveriam, portanto, ser persuadidos contra idéias como: um argumento matemático é o fim da história; um argumento matemático é superior por sua própria natureza; "os números dizem isto e isto". Acreditamos que a matemática poderia se tornar simplesmente uma maneira possível de olhar o fenômeno e não *o* caminho.

❑ *A ideologia como parte de uma interpretação geral da tecnologia*

A ideologia da certeza torna-se mais importante para nossa sociedade à medida que a discussão entre matemática e tecnologia torna-se central no debate político vigente (Keitel, Kotzmann e Skovsmose 1993). A tecnologia não pode ser vista como uma simples ferramenta por meio da qual a humanidade tenta "sobreviver" em sua luta com a natureza. Tal interpretação tem sido muito comum na filosofia da tecnologia, mas isso já não faz sentido. A tecnologia vem se tornando condição básica para a vida humana. Nossas condições de vida estão situadas na tecnologia e por meio da tecnologia. Portanto, faz pouco sentido falar sobre "natureza" como uma categoria autônoma. A humanidade está imersa em uma "tecnonatureza". A tecnologia na tecnonatureza tornou-se uma faca de dois gumes. Ela é uma importante fonte para soluções de problemas, mas é, também, uma causa de problemas (D'Ambrosio 1994; Skovsmose 1994b).

Esse paradoxo da tecnologia é também um desafio para a educação matemática. A educação tem se desenvolvido como uma questão democrática[4] e a educação matemática pode seguir essa tendência também. Entretanto, o desenvolvimento tecnológico revela aspectos antidemocráticos como, por exemplo, quando causa situações críticas como catástrofes ecológicas. Essas conseqüências do desenvolvimento tecnológico têm também de ser tratadas como parte da educação matemática (que, por outro lado, constitui igualmente uma condição necessária para o próprio desenvolvimento tecnológico).

O fato de a matemática desempenhar um papel vital no gerar dessa tecnonatureza é, talvez mais propriamente falando, um fenômeno novo. Definitivamente, é um fenômeno que apenas recentemente foi percebido. O papel da matemática na sociedade tecnológica pode ser colocado como: a matemática tem um *poder formatador*[5] (Skovsmose 1994b). Isso se refere ao fato de que partes de nosso mundo são organizadas de acordo com a matemática. A matemática pode ser usada de uma forma prescritiva e, assim, torna-se um princípio para um projeto[6] (tecnológico) (ver Davis e Hersh 1988).

Ao chamar a atenção para o poder formatador da matemática, uma discussão diferente sobre as aplicações da matemática é introduzida. As aplicações da matemática têm sido freqüente-

---

4. Certamente é esse o caso da educação crítica, já que ela foi desenvolvida na Europa, de certa forma, em reação à Segunda Guerra Mundial, que era baseada no pressuposto de que a educação deveria também ser parte da luta contra a "personalidade autoritária". Muitos outros desenvolvimentos na educação têm tido questões similares.
5. Tradução da expressão *formatting power*, em que a palavra "formatar" é usada com o mesmo sentido que em informática, ou seja, dar uma forma segundo padrões. (N.T.)
6. A palavra "projeto" será usada aqui como uma tradução para a palavra *design*, com o sentido de um esboço ou planejamento de como alguma coisa vai ser feita. (N.T.)

mente compreendidas da perspectiva da descrição. A "realidade" é "dada", digamos, e um modelo matemático dessa "realidade" pode ser comparado com um mapa mais ou menos acurado. Um conceito-chave na avaliação de um modelo matemático é, então, a "aproximação".

Isso, entretanto, aplica-se apenas a um certo (e limitado) domínio de modelos matemáticos. Por meio de modelos matemáticos, também nos tornamos capazes de "projetar" uma parte do que se torna realidade. Tomamos decisões baseados em modelos matemáticos e, dessa forma, a matemática molda a realidade; portanto, não podemos restringir a discussão de modelos matemáticos a "aproximações". Questões mais fundamentais devem ser levantadas. Se a matemática, em um certo contexto de modelagem, exerce um poder formatador, então, devemos perguntar: "o que é feito por meio dessa modelagem?", "que ações sociais e tecnológicas são realizadas?", "quais são as implicações sociais, políticas e ambientais dessas ações?".

O fato de estarmos situados em uma tecnonatureza implica que uma atitude geral em relação a ela se mostra importante. Como estabelecemos condições gerais para avaliar essa tecnonatureza? Percebemos esse cenário como um "fato"? A ideologia da certeza defende a hipótese de que um problema tecnológico tem uma solução "ótima".

Portanto, essa ideologia pode gerar uma "obstrução" para uma séria discussão sobre as aplicações da matemática. A ideologia da certeza pode limitar o conjunto de questões que podem surgir sobre as aplicações da matemática. Se a matemática pode ser aplicada "em todo lugar", então, a questão fundamental diz respeito a quão acuradamente o modelo matemático de fato "adequa-se" à realidade. Essa questão não é fundamental para a discussão sobre as aplicações da matemática – apenas a ideologia da certeza a estabelece como uma máxima.

A matemática tornando-se parte da tecnologia faz com que uma atitude em direção à matemática possa ser transferida para a tecnologia em geral. A ideologia da certeza defende a hipótese da existência de uma solução ótima. Como conseqüência, uma solução tecnológica sugerida pode ser questionada apenas por (outros) meios tecnológicos. Identificar a solução "ótima" torna-se uma tarefa tecnológica. Soluções ótimas como uma regra podem, portanto, tornar-se parte fundamental do que estamos denominando a ideologia da certeza.

❑ *Como a ideologia emerge?*

Embora existam muitas fontes fora da sala de aula, aqui, olharemos para as fontes dessa ideologia dentro da sala de aula. Uma está relacionada com a estrutura de comunicação e especialmente com a maneira como os "erros" são tratados.

Muitas observações mostram que os professores, em sua comunicação com os alunos, ou focalizam o procedimento algorítmico ou os resultados das investigações dos alunos (Alrø e Skovsmose 1996). O foco das correções está no "resultado" das atividades matemáticas dos alunos e não no que tinham em mente quando fizeram seus cálculos.

O professor, o livro-texto e o livro de respostas formam uma autoridade que esconde o cenário da correção. Torna-se desnecessário para o professor especificar a autoridade que está por trás dos diferentes tipos de correção. Os alunos não encontram uma argumentação, mas uma referência a uma autoridade aparentemente uniforme e consistente, mesmo sendo as bases para as correções muito diferentes. Algumas dizem respeito a aspectos matemáticos, ao passo que outras se fundamentam em questões práticas de organização do processo educacional. Todos os erros, entretanto, são tratados como absolutos, independentemente do

que tenham a ver com os resultados ou com o fato de os alunos poderem ter anotado um algoritmo de forma incorreta.

Fazendo correções de uma forma absoluta, o professor influencia a visão de mundo dos alunos. A linguagem – para a qual os alunos são empurrados pelas correções do professor – encaixa-se na visão de mundo do paradigma do verdadeiro-falso e pode ajudar a gerar uma visão absolutista da matemática.

A ideologia da certeza é confirmada e reconfirmada e, certamente, está funcionando na escola. Quando testes e exames desempenham um papel crucial, os resultados devem estar corretos. É exatamente a correção dos resultados que é testada. Focalizar um aspecto diferente significaria que o professor quebrou o "contrato" com os alunos. Portanto, a ideologia da certeza aplica-se a tarefas que encaram os alunos como parte de sua preparação para testes futuros.

Uma questão pode surgir: como a comunicação entre professor e alunos e as correções feitas pelo professor são duas fontes da ideologia da certeza, poderíamos culpar os professores pelo surgimento dessa ideologia? Nossa resposta é não. Os professores são parte de uma cadeia que contribui para a difusão da ideologia: ela também inclui pais, negócios, agências de fomento, professores universitários etc. Além disso, os próprios professores freqüentemente são formados por matemáticos que não estão, em geral, interessados em questões educacionais ou filosóficas sobre incerteza em matemática.

❑ *A ideologia pode ser desafiada?*

Dessas observações, poderia ser concluído que, se ministrássemos cursos sobre questões de comunicação para os professores, ou se tivéssemos professores aprendendo novas aborda-

gens filosóficas da matemática,[7] ou mudássemos as estruturas dos currículos para incorporar trabalhos de projeto, ou enfatizássemos a necessidade de os alunos escolherem seus próprios problemas como a base para situações de modelagem, então, poderíamos desafiar essa ideologia da certeza. Acreditamos que essas podem ser maneiras de desafiar a ideologia, mas, neste artigo, propomos uma outra forma de abordar o problema.

Queremos propor um tópico que pode ajudar a quebrar o estilo de comunicação e os elementos do absolutismo que pensamos ser as fontes da ideologia da certeza. Entretanto, não propomos este exemplo como uma fórmula que mostra como desafiar essa ideologia. O tópico é útil como exemplo de uma variedade de tópicos que tentaremos caracterizar, todos podendo ser considerados quando a ideologia da certeza for desafiada.

Na *teoria de votação*,[8] a matemática está claramente relacionada com questões sociais, e não existem soluções ótimas para os problemas. Como relatado em Garfunkel (1991), os matemáticos sabem há mais de 40 anos que não existe um sistema perfeito de votação. Um advogado criou partes de uma teoria de votação como resposta a um problema colocado pela Suprema Corte dos Estados Unidos (Banzhaf 1965, 1966, 1968a, 1968b), e parte de seus achados foi formalizada por matemáticos (*e.g.* Lucas 1974). Entre outros problemas, Banzhaf tratou a questão da exigência de que a distribuição dos votantes em diferentes distritos estivesse em consonância com a noção de que o voto de todas as pessoas tivesse o mesmo peso no momento em que uma decisão fosse tomada por um corpo de representantes eleitos.

A teoria de votação pode ser usada para analisar a distribuição de cadeiras, digamos, no Congresso Brasileiro. Muitos políti-

---

7. Por exemplo, os professores poderiam estudar a abordagem falibilística da matemática, como defendido por Ernest (1991).
8. Tradução de *voting theory*. (N.T.)

cos em todo o mundo, incluindo Luis Inácio "Lula" da Silva, presidente do Partido dos Trabalhadores no Brasil de 1980 a 1995, têm reclamado da divisão injusta das cadeiras entre os estados. Lula reclama que pequenos estados da região nordeste do Brasil têm mais cadeiras do que deveriam ter quando comparados com os estados densamente povoados da região sudeste. Embora Lula e muitos outros da esquerda possam ter razão em reclamar, já que historicamente a ditadura no Brasil (1964-1984) aumentou o número de cadeiras do Nordeste como meio de manter seu controle político, eles podem ter caído em uma armadilha da ideologia da certeza.

Idéias básicas da teoria de votação podem ser trazidas para a sala de aula sem nenhuma necessidade de trabalhos introdutórios prolongados, pré-requisitos ou notações matemáticas extravagantes. Isso foi tentado com sucesso em uma turma de engenharia da Universidade de Cornell, Estados Unidos (Borba 1992). Quando o pesquisador apresentou aos alunos uma tabela com a população de cada estado brasileiro em uma coluna e o número de representantes por estado em outra e perguntou a eles se a distribuição de cadeiras era justa ou não, os estudantes reagiram como Lula: usaram o "raciocínio proporcional" para justificar a resposta "não", porque o número de cadeiras por estado *não* era proporcional à população de cada estado.

Em uma tentativa de desafiar as hipóteses dessa solução matematicamente "pura", uma versão mais simples desse problema, inspirada nos trabalhos de Banzhaf e no livro de Garfunkel (1991), foi apresentada aos alunos:

> Os distritos A, B e C têm, respectivamente, as populações de 50 mil, 20 mil e 10 mil habitantes. Cada distrito elege um representante com o mesmo poder para a Câmara de Deputados de Saint Lawrence. Muitas pessoas, de diferentes distritos, reclamaram dessa situação; elas acham que não é justa. Quantos representantes cada distrito deve ter se o número total de representantes deve ser mantido em um mínimo?

Tendo esses alunos, outros alunos ou professores resolvido tal problema "fácil", encontramos uma compulsão irresistível para usar proporção simples. O raciocínio por trás da resposta seria: se as populações dos distritos têm tamanhos diferentes, é possível corrigir facilmente a situação acima fixando números proporcionais de cadeiras para cada distrito. Portanto, o distrito A deveria ter cinco representantes, B dois e C um. Uma solução "equivalente" também foi dada por aqueles que tinham mais familiaridade com política de congresso: argumentaram que apenas um representante deveria ser eleito por cada distrito ("isto economiza impostos"), mas o voto de cada representante deveria ter peso diferente. De acordo com esse raciocínio, os representantes dos distritos A, B e C teriam, respectivamente, cinco, dois e um voto.

A tendência de resolver o problema de uma dessas duas maneiras é compreensível, e nós mesmos experimentamos a mesma compulsão quando pensamos na "questão brasileira", especialmente por causa da política nela envolvida (o que está além do escopo deste artigo).

Baseados na leitura do trabalho de Banzhaf, entretanto, achamos que existe uma hipótese questionável no raciocínio anterior. É admitido que o que é justo é ter a mesma razão de representantes por habitante. O trabalho de Banzhaf, porém, sugere que a justiça deveria estar relacionada com o "poder" que cada representante tem na casa legislativa, que não é necessariamente o mesmo.

Vamos analisar a solução que considera votos com pesos: um representante do distrito A tem voto com peso 5; o de B, 2; e o de C, 1. De acordo com o raciocínio de Banzhaf, ou com o que mais tarde se tornou o índice de poder de Banzhaf,[9] a razão de poder[10] entre os representantes dos distritos A e C, por exemplo,

9. Tradução de *Banzhaf power index*. (N.T.)
10. Tradução de *ratio of power*. (N.T.)

não é necessariamente a mesma que a razão de representantes. Nesse caso, a razão de representantes é 5:1, ao passo que a razão de poder é 8:0, já que, independentemente do que o representante do distrito C vote, o voto do representante do distrito A é que decidirá a votação. A razão de poder de A para C é definida como "o número de combinações de votações nas quais A lança um voto decisivo" comparado com "o número de combinações de votações nas quais C lança um voto decisivo". Como o número de partes nesse caso é três e as decisões são sempre as decisões de A, o número de combinações de votações nas quais A lança o voto decisivo é $2^3 = 8$. Portanto, a razão de poder de A para C é de 8:0. E mesmo B tendo duas vezes o número de votos de C, a razão de poder de A para B é de 8:0 também. A é chamado um *ditador* e B e C são chamados *fantoches* em uma legislatura composta de três deles na qual se exige a maioria simples para aprovar uma lei.[11]

Mas o que esse exemplo nos diz? Nossa interpretação é que a compulsão em direção à solução "proporcional" é causada pela percepção da objetividade da aritmética que muitos de nós temos. Supondo que a aritmética seja objetiva, ela se torna uma ferramenta descontextualizada, aparentemente construída sob nenhuma hipótese, que pode ser separada em um contexto no vácuo e que, portanto, pode ser usada em todos os lugares como um instrumento neutro.

---

11. Banzhaf define a razão de poder entre dois legisladores, X e Y, como se segue: "Em um caso no qual existem N legisladores, cada um agindo independentemente e cada um capaz de influenciar o resultado apenas por meio de seu voto, a razão do poder do legislador X para o poder do legislador Y é a mesma que a razão do número de possíveis combinações de votações de toda a legislatura nas quais X pode alterar o resultado ao mudar seu voto, para o número de combinações nas quais Y pode alterar o resultado ao mudar seu voto" (Banzhaf 1965, p. 331). A análise de Banzhaf vai além: ele analisa o poder de votação de cada indivíduo manifestado, no caso em que seu representante eleito lançar um voto decisivo na legislatura, e faz generalizações para populações maiores e corpos de legislatura maiores etc.

Entretanto, existem muitas soluções diferentes para o problema de representatividade no Congresso Brasileiro, ou para sua versão simplificada no exemplo de Saint Lawrence, ou nas questões de redistribuição que Banzhaf ajudou a Suprema Corte dos Estados Unidos a resolver. Não existe, portanto, nenhuma solução objetiva para tais problemas, "mesmo se a matemática for aplicada". A matemática, nesse caso, pode ser usada para construir argumentos da mesma maneira que a sociologia. Em ambos os casos, nem à matemática nem à sociologia pode ser assegurada a "palavra final". Não existe nenhuma decisão final que possa ser dada "pelos números" ou "por fatos históricos".

Deve-se observar que o uso da teoria de votação na sala de aula não está imune à tentação de transformar a matemática em um corpo de conhecimentos objetivo, mesmo que pareça que aquela teoria de votação não seja "pura". A aritmética tem ajudado a moldar fenômenos na sociedade americana e tem-se tornado "objetiva", como foi discutido de uma perspectiva histórica por Cohen (1982). O mesmo pode acontecer com a teoria de votação. Dessa forma, o uso da teoria de votação na sala de aula pode ser recapturado pela ideologia da certeza.

Por exemplo, as idéias de Banzhaf em particular foram desenvolvidas para resolver um problema proposto pela Suprema Corte dos Estados Unidos. Mais tarde, elas foram formalizadas e criado o índice de Banzhaf. Não é difícil imaginar que uma caricatura formalizada de toda a abordagem pudesse ser desenvolvida. A teoria de votação pode certamente ser ensinada de tal forma que contenha toda a retórica do ensino clássico de matemática: definições, talvez demonstrações; mais definições, talvez mais demonstrações; seguidas por exercícios, naturalmente tendo uma e apenas uma resposta correta. Prestar atenção à teoria de votação não garante que a ideologia da certeza esteja destruída.

"Descontextualizando" as idéias matemáticas, a "mágica" acontece: os seres humanos e o mundo desaparecem e a "matemá-

tica acadêmica" é criada. Se entendermos contexto como Lave (1988) sugere, como a síntese de uma dialética entre a atividade do conhecedor e a arena na qual o conhecedor está agindo, pode-se afirmar que a tão falada "descontextualização" também é feita por seres humanos, em um dado ambiente, sob forças sócio-históricas. Em outras palavras, essa "descontextualização" é contextualmente limitada (Borba 1990).

Além disso, o conhecimento geral produzido tem grande efeito apenas quando circunstâncias diferentes são satisfeitas (Borba 1990, 1994; Lave e Wenger 1991). Deveria fazer parte de um currículo de matemática crítica mostrar as possibilidades e os limites da matemática e a discussão da dimensão política enfatizada neste artigo: a ideologia da certeza.

A ideologia da certeza pode ser desafiada por uma abordagem aberta da teoria de votação. A teoria de votação, para nós, ilustra quão importante é trabalhar com a ambigüidade. Mas não existe nenhuma afirmação neste artigo que sustente que os alunos que trabalham com um currículo baseado na incerteza não usarão a matemática para fabricar tecnologias desastrosas. Afirmamos, entretanto, que os alunos que trabalham dentro dessa abordagem irão enxergar-se, mais provavelmente, como atores no processo de construção matemática e menos provavelmente enxergarão "a matemática como onipresente (contexto neutro), onisciente (a verdade final) e onipotente (ela funciona em todo lugar) (Borba 1992, p. 333).

❑ *Diferentes paisagens de discussão*[12]

Estruturas de comunicação na sala de aula e elementos absolutistas na filosofia da matemática vigente podem produzir uma ideologia da certeza. Esses elementos absolutistas não precisam simplesmente ser analisados como aspectos da concepção

12. Tradução de *landscapes of discussion*. (N.T.)

de matemática dos professores de matemática. Em vez disso, poderiam ser considerados como parte de um quadro mais abrangente, que inclui exercícios dados aos alunos, testes, exames, exames nacionais, respostas corretas inquestionáveis etc.

Uma conclusão parece ser: para desafiar a ideologia da certeza, temos de desafiar suas fontes. Portanto, poder-se-ia sugerir que o professor mudasse sua estratégia de comunicação e, então, tentar convencê-lo de que o absolutismo não precisa ser a única filosofia da matemática possível. Essa, entretanto, não é nossa estratégia, embora a achemos relevante.

Recomendamos a intervenção direta na prática da sala de aula para desafiar a ideologia da certeza. A comunicação em sala de aula, assim como a efetiva filosofia da matemática vigente, está relacionada com o que denominamos *paisagem de discussão*. Por isso, entendemos o possível conjunto de referências que os alunos e o professor poderiam considerar quando discutem e tentam resolver as tarefas com as quais se confrontam na prática da sala de aula.

A paisagem de discussão pode ser de natureza variada:

1) *A paisagem vazia e rochosa* inclui objetos que são relevantes apenas para a construção lógica dos conceitos matemáticos, como estes são concebidos pelo estruturalismo.
2) *A paisagem cultivada* compõe uma realidade pré-estruturada. A matemática pode ser aplicada a uma variedade de problemas e um certo contexto-problema pode ser apresentado aos alunos. Uma corrente principal de pós-estruturalismo tem convidado os alunos a viajar por tais paisagens organizadas.
3) *A floresta amazônica* representa a paisagem de discussão caótica e desorganizada. Aqui, referências à realidade não são pré-estruturadas por nenhuma proposta matemática simples. Pensamos nas abordagens temáticas mais amplas, assim como nas muitas formas de educa-

ção matemática baseadas em projetos como exemplos de alunos que tentam encontrar seu caminho através de tal floresta.

Nossa primeira sugestão, então, é basear a prática da sala de aula na paisagem de discussão "caótica". Na floresta amazônica, é difícil preservar a comunicação baseada no verdadeiro-falso e um absolutismo parece impossível de ser sustentado. Isso parece desafiar a ideologia da certeza.

Essa estratégia, entretanto, não é simples nem automática. Um contra-argumento poderia enfatizar que a razão pela qual é impossível preservar a comunicação verdadeiro-falso é simplesmente que o tópico em discussão não tem nada a ver com a matemática. A floresta amazônica pode simplesmente ser considerada externa à matemática. A questão, portanto, é se é possível introduzir uma paisagem de discussão caótica que não possa ser rotulada "externa" – no mínimo, não em nenhum sentido simples de "externo".

Nem toda mudança na paisagem de discussão tem a mesma eficiência para desafiar a ideologia da certeza. Muitos exemplos de trabalho de projeto (Skovsmose 1994; Borba 1987, 1994) em educação matemática ilustram a paisagem "caótica", mas poderiam parecer levantar questões "fora" da matemática, de tal forma que não exemplificam um forte ataque à ideologia da certeza. Além disso, a matemática envolvida não sugere que a incerteza esteja presente dentro da matemática. Temos, portanto, procurado uma forma de desafio que se origine do que pode ser concebido como matemática "propriamente dita".

Daí nosso interesse na teoria de votação. A aplicação da teoria de votação não pode ser caracterizada como uma aplicação de fórmulas matemáticas preestabelecidas. A paisagem para discussão diz respeito à votação e ao processo democrático. Diz respeito às noções de justiça e poder, diz respeito à matemática

e enfatiza a não-existência de "soluções matemáticas perfeitas" para um conjunto de problemas. Entretanto, como destacamos anteriormente, o desafio à ideologia da certeza não está garantido por nenhum contexto.

❑ *O poder formatador da matemática, a teoria de votação e a sala de aula*

O poder formatador da matemática é diferente do potencial descritivo da matemática (e, de um ponto de vista sociológico, mais forte do que ele). A descrição levanta questões de exatidão, já a formatação enfatiza as ações tomadas com o objetivo de enquadrar fenômenos. O *locus* de discussão dos poderes descritivos é diferente do *locus* de discussão dos poderes formatadores.

A teoria de votação fornece um exemplo paradigmático da matemática usada como (parte de) um princípio para projetar. A teoria de votação não é simplesmente aplicada no sentido de alguma parte da realidade ser descrita com um certo grau de proximidade por meio de algum formalismo matemático. Em vez disso, no que diz respeito à teoria de votação, ficamos preparados para fazer alguma coisa em relação a uma estrutura social. Equipamo-nos para tomar uma decisão e para intervir na realidade social e política. Iniciamo-nos no processo de construir projetos; nesse caso, o projeto de um procedimento (mais ou menos) democrático. Naturalmente, o desenvolvimento da teoria de votação não precisa ser acompanhado de nenhuma ação; e naturalmente as ações reais não precisam estar baseadas na matemática. Quando pensamos sobre o poder formatador da matemática, antes de mais nada, pensamos na matemática aplicada, junto com outros "instrumentos", como uma estrutura de suporte para ação e projeto.

O poder formatador da matemática é um fenômeno comum. O projeto tecnológico, das mais avançadas construções ao

projeto para a fila de uma padaria, exemplifica o poder formatador da matemática. De fato, o projeto de fila é um fenômeno comum. Por exemplo, como determinamos prioridades em hospitais? Que operações vão ser realizadas primeiramente? Essa discussão pode ser direcionada com pesadas referências ao custo para o indivíduo, para a sociedade etc. Em uma análise custo-benefício, a matemática desempenha papel importante. A matemática é parte das superestruturas econômicas e esse fenômeno pode ser ilustrado também em escala menor.

Em Skovsmose (1994b, capítulo 4 neste livro), é discutido o exemplo "assistência financeira a famílias em uma microssociedade". Foi dada a alunos de uma escola secundária a tarefa de projetar uma maneira de distribuir assistência financeira a famílias em uma pequena comunidade. Embora baseada em alguns princípios sociais e políticos, necessitava-se de fórmulas para calcular quanto dinheiro cada família receberia de fato. Dessa forma, a matemática torna-se parte da técnica de distribuir bem-estar social em uma microssociedade. Similarmente, Borba (1994) discute a experiência de crianças em uma favela no Brasil, quando usam a matemática para resolver problemas que parecem ser de grande importância para suas vidas. Da mesma forma, a matemática é parte daquelas técnicas econômicas pelas quais a sociedade opera sobre seus cidadãos.

Questões levantadas pela matemática formatadora tornam impossível a crença na ideologia da certeza. Torna-se óbvio que as duas hipóteses básicas da ideologia da certeza devem ser desafiadas. Já não é possível sustentar que a verdade da matemática não possa ser influenciada por interesses sociais e políticos. Além disso, quando levamos em conta o poder formatador da matemática, a noção de verdade já não é a categoria fundamental.

A descrição pode ser acurada ou não e, nesse sentido, ainda fazemos referência (implícita) à noção de verdade. Mas, quando

levamos em conta o poder formatador da matemática, a discussão tem a ver com funções sociais da tecnologia, e a questão fundamental diz respeito ao valor do que estamos fazendo. Nesse caso, a matemática não é sempre relevante e confiável. Focalizando o poder formatador da matemática, as duas hipóteses básicas contidas na ideologia da certeza são desafiadas.

O que é interessante na teoria de votação é que ela exemplifica o poder formatador da matemática de uma forma direta. O que destacamos é que uma maneira de desafiar a ideologia da certeza é mudar a prática da sala de aula pela introdução de uma paisagem de discussão de natureza caótica, em que a relatividade, os pontos de partida provisórios, os diferentes pontos de vista e a incerteza são valorizados. Desafiar essa ideologia também é desafiar o próprio poder formatador da matemática.

❑ *Agradecimentos*

Versões preliminares deste artigo foram apresentadas no "Mathematics Association of America Annual Meeting", em São Francisco; discutidas com colegas do grupo "Criticalmathematics Educators" e do programa de pós-graduação em educação matemática da Unesp, Rio Claro, Brasil; e publicadas na série pré-publicação da "Royal Danish School of Educational Studies". Gostaríamos de agradecer a todos os colegas que, de uma forma ou de outra, contribuíram para esta versão final. Em particular, gostaríamos de agradecer a Anne Kepple por suas sugestões.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAHAM, J. e BIBBY, N. (1988). "Mathematics and society: Ethnomathematics and a public educator curriculum". *For the Learning of Mathematics* 8(2), pp. 2-11.

ADORNO, T.W. (1971). *Erziehung zur Mündigkeit*. Frankfurt am Main: Suhrkamp.

ALRØ, H. e SKOVSMOSE, O. (1996). "On the right track". *For the Learning of Mathematics*, v. 16, n. 1, pp. 2-8.

APPLE, M.W. (1982). *Education and power*. Londres: Routledge and Kegan Paul.

BANZHAF III, J.F. (1965). "Weighted voting doesn't work: A mathematical analysis". *Rutgers Law Review*, v. 19, pp. 317-343.

_____ (1966). "Multi-member electoral districts: Do they violate the 'one man, one vote' principle?". *The Yale Law Review*, v. 75, pp. 1309-1338.

_____ (1968a). "One man, 3.312 votes: A mathematical analysis of the Electoral College". *Villanova Law Review*, v. 13, pp. 304-346.

_____ (1968b). "One man, ? votes: Mathematical analysis of voting power and effective representation". *George Washington Law Review*, v. 36, n. 4, pp. 808-823.

BAUERSFELD, H. (1979). "Research related to the mathematical learning process". *In*: UNESCO. *New trends in mathematics teaching, v. 4. Paris, pp. 199-213.*

BELL, D. (1980). "The social framework of the information society". *In*: FORESTER, T. *The microelectronics revolution*. Oxford: Blackwell.

BENHABIB, S. (1986). *Critique, norm, and utopia: A study of the foundations of critical theory*. Nova York: Columbia University Press.

BENN, S.I. e PETERS, P.S. (1959). *Social principles and the democratic state*. Londres: Allen and Unwin.

BENNER, H. (1973). *Hauptströmungen der Erziehungswissenschaft*. Munique: List Verlag.

BERNSTEIN, B. (1971, 1973, 1975). *Class, codes and control I-III*. Londres: Routledge and Kegan Paul.

BETH, E.W. e PIAGET, J. (1966). *Mathematics, epistemology and psychology*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.

BIGALKE, H.G. (1974). "Sinn und Bedeutung der Mathematikdidaktik". *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 3, pp. 109-115.

BISHOP, A. (1988). *Mathematical enculturation*. Dordrecht/Boston/Londres: Kluwer Academic Publishers.

BJØRNEBOE, J. e NISSEN, G. (1984). "Den taberproducerende matematikundervisning". *Uddannelse* 8, pp. 469-479.

BLUM, W. *et al.* (orgs.) (1989). *Applications and modelling in learning and teaching mathematics*. Chichester: Ellis Horwood.

BOLLERSLEV, P. *et al.* (1987). *Fly med*. Copenhague: Gyldendal.

BÖLTZ, H. (1978). *Kritik einer Fachdidaktik*. Weinheim e Basiléia: Beltz Verlag.

BOOSS-BAVNBEK, B. (1991). "Against ill-founded, irresponsible modelling". *In*: NISS, M. *et al.* (orgs.). *Teaching of mathematical modelling and applications*. Chichester: Ellis Horwood.

BOOSS-BAVNBEK, B. e PATE, G. (1989). "Information technology and mathematical modelling, the software crisis and educational consequences". *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 89(5), pp. 167-175.

BORBA, M.C. (1987). "Etnomatemática: A matemática da favela em uma proposta pedagógica". *In*: FREIRE, P.; NOGUEIRA, A. e MAZZA, D. (orgs.). *Na escola que fazemos: Uma reflexão interdisciplinar em educação matemática*. Petrópolis: Vozes, pp. 71-77.

_____ (1990). "Ethnomathematics and education". *For the Learning of Mathematics* 10(1), pp. 39-43.

_____ (1992). "Challenging the sacred cow of mathematical certainty". *The Clearing House*, v. 65, n. 6, pp. 332-333.

_____ (1994). *Um estudo de etnomatemática: Sua incorporação na elaboração de uma proposta pedagógica para o 'Núcleo-Escola' da Vila Nogueira-São Quirino*. Dissertação de mestrado defendida em 1987 e publicada. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

BORBA, M.C. e SKOVSMOSE, O. (1997). "The ideology of certainty". *For the Learning of Mathematics* 17(3), pp. 17-23.

BOURDIEU, P. e PASSERON, J.G. (1977). *Reproduction in education, society and culture*. Londres: Saga.

BOWLES, S. (1983). "Unequal education and the reproduction of the social division of labor". *In*: COSIN, B. e HALES, M. *Education, policy and society*. Londres: Routledge and Kegan Paul, pp. 27-50.

BROADY, D. (1981). *Den dolda läroplanen*. Estocolmo: Simpósio Bokförlag.

BROUWER, L.E.J. (1948). "Consciousness, philosophy and mathematics". *In*: BROUWER, L.E.J. *Collected works*, v. I. Nova York: North-Holland, Amsterdam and American Elsevier, pp. 480-494.

BRUNER, J. (1960). *The process of education*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.

COHEN, P. (1982). *A calculating people: The spread of numeracy in early America*. Chicago, Illinnois: The University of Chicago Press.

CONNERTON, P. (1980). *The tragedy of Enlightenment*. Cambridge: Cambridge University Press.

D'AMBROSIO, U. (1980). "Mathematics and society: Some historical considerations and pedagogical implications". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 11, pp. 479-488.

_____ (1981). "Uniting reality and action: A holistic approach to mathematics education". *In*: STEEN, L.A. e ALBERS, D.J. (orgs.). *Teaching teachers, teaching students*. Boston/Basiléia/Stuttgart: Birkhäuser, pp. 33-42.

_____ (1984a). "Socio-cultural bases for mathematics educaction". Universidade Estadual de Campinas, manuscrito inédito.

_____ (1984b). "On the socio-cultural context of science education: A rationale for ethno-science". Universidade Estadual de Campinas, manuscrito inédito.

_____ (1985). "Mathematics education in a cultural setting". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 16, pp. 469-477.

_____ (1994). "Cultural framing of mathematics teaching and learning". *In*: BIEHLER, R. *et al.* (orgs.). *Didactics of mathematics as a scientific discipline*. Dordrecht/Boston/Londres: Kluwer Academic Publishers, pp. 443-455.

DAVIS, P.J. (1989). "Applied mathematics as a social contract". *In*: KEITEL, C. (org.). *Mathematics, education and society*. *In*: UNESCO. *New trends in mathematics teaching*, v. 4. Paris, pp. 24-27.

DAVIS, P.J. e HERSH, R. (1988). *Descartes' dream: The world according to mathematics*. Londres: Penguin Books.

DEWEY, J. (1938). *Experience and education*. Columbus, Ohio: Kappa Delta Pi.

DIEUDONNÉ, J.A. (1973). "Should we teach 'modern' mathematics?". *American Scientist* 61, pp. 16-19.

ELLUL, J. (1964). *The technological society*. Nova York: Free Press.

ERNEST, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. Londres: The Falmer Press.

EWERS, M. (org.) (1975). *Kritik Naturwissenschaftliche Didaktik zwishchen Kritik und Konstruktion*. Weinheim/Basiléia: Beltz Verlag.

FISCHER, R. e MALLE, G. (1985). *Mensh und Mathematik*. Manheim/Wien/Zurique: Bibliographisches Institut.

"Five years IOWO" (1976). *Educational Studies in Mathematics* 7 (3).

FORD, B. e HALL, G.G. (1970). "Model building – And educational philosophy for applied mathematics". *International Journal of Mathematical Education in Science and Tecnology* 1, pp. 77-83.

FRANKENSTEIN, M. (1987). "Critical mathematics education: An application of Paulo Freire's epistemology". *In*: SHOR, Ira (org.). *Freire for the classroom*. Londres: Heinemann, pp. 180-210.

_____ (1989). *Relearning mathematics: A different third R – Radical maths*. Londres: Free Association Books.

FRANKENSTEIN, M. e POWELL, A. (1994). "Toward liberatory mathematics: Paulo Freire's epistemology and ethnomathematics". *In*: McLAREN, P. e LANKSHEAR, C. (orgs.). *Politics of liberation: Paths from Freire*. Nova York: Routledge, pp. 74-99.

FREIRE, P. (1972a). *Pedagogy of the oppressed*. Nova York: Herder and Herder.

_____ (1972b). *Cultural action for freedom*. Harmondsworth: Penguin.

FREUDENTHAL, H. (1973). *Mathematics as an education task*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.

_____ (1974). "Sinn und Bedeutung der Didaktik der Mathematik". *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 3, pp. 122-124.

_____ (1978). *Weeding and sowing*. Dordrecht: D. Reidel.

_____ (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Dordrecht/Boston/Londres: Kluwer Academic Publishers.

GAGATSIS, A. e PATRONIS, T. (1990). "Using geometrical models in a process of reflective thinking in learning and teaching mathematics". *Educational Studies in Mathematics* 21, pp. 29-54.

GARFUNKEL, S. (1991). *For all practical purposes: Introduction to contemporary mathematics*. Arlington, Massachusetts: Comap.

GIROUX, H.A. (1989). *Schooling for democracy: Critical pedagogy in the modern age*. Londres: Routledge.

GRIFFITHS, H.B. e HOWSON, A.G. (1974). *Mathematics, society and curricula*. Cambridge: Cambridge University Press.

HABERMAS, J. (1968a). *Erkenntnis und Interesse*. Frankfurt: Suhrkamp.

_____ (1968b). *Technik und Wissenschaft als 'Ideologie'*. Frankfurt: Suhrkamp.

_____ (1984, 1987). *The theory of communicative action I-II*. Londres: Heinemann. Cambridge: Polity Press.

HELD, D. (1980). *Introduction to critical theory*. Londres: Hutchinson.

_____ (1987). *Models for democracy*. Cambridge: Polity Press.

HOWSON, A.G. (org.) (1973). *Developments in mathematical education*. Cambridge: Cambridge University Press.

ILLERIS, K. (1974). *Problemorientering og deltagerstyring*. Copenhague: Munksgaard.

_____ (1981). *Modkvalificeringens pedagogik*. Copenhague: Unge Pædagoger.

JAY, M. (1973). *The dialectical imagination: A history of the Frankfurt School and the Institute of Social Research 1923-50*. Londres: Heinemann.

KEITEL, C. (1989). "Mathematics and technology". *For the Learning of Mathematics*, v. 9, pp. 7-13.

KEITEL, C. *et al.* (orgs.) (1989). *Mathematics, education and society*. Paris: Unesco, Division of Science, Technical and Environmental Education.

KEITEL, C.; KOTZMANN, E. e SKOVSMOSE, O. (1993). "Beyond the tunnel vision: Analysing the relationship between mathematics, society and technology". *In*: KEITEL, C. e RUTHVEN, K. (orgs.). *Learning from computers: Mathematics education and technology*. Berlim: Springer Verlag, pp. 243-279.

KELLNER, D. (1989). *Critical theory, marxism and modernity*. Cambridge: Polity Press.

KITCHER, P. (1984). *The nature of mathematical knowledge*. Oxford: Oxford University Press.

KLAFKI, W. (1971). "Erziehungswissenschaft als kritischkonstrutive Theorie: Hermeneutik-Empirie-Ideologiekritik". *Zeitschrift für Pädagogik* 17, pp. 351-385.

KRYGOWSKA, A.Z. (1971). "Mathematik: Didaktische Forschung an der Pädagogischen Hochschule Krakau". *Beiträge zum Mathematikunterricht*, pp. 117-125.

LAVE, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics, and culture in everyday life*. Cambridge: Cambridge University Press.

LAVE, J. e WENGER, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Nova York: Cambridge University Press.

LEMPERT, W. (1971). *Leistungsprinzip und Emanzipation*. Frankfurt: Suhrkamp.

LENNÉ, H. (1969). *Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland*. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.

LIVINGSTONE, D.W. (org.) (1987). *Critical pedagogy and cultural power*. Nova York: Bergin and Garvey.

LUCAS, W.F. (1974). *Measuring power in weighted voting systems*. Ithaca, Nova York: Department of Operations Research, Cornell University.

MAASS, J. e SCHLÖGLMANN, W. (orgs.) (1989). *Mathematik als Technologie?*. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.

MACHADO, N.J. (1990). *Matemática e língua materna: Análise de uma impregnação mútua*. São Paulo: Cortez.

McCARTHY, T. (1978). *The critical theory of Jürgen Habermas*. Londres: Hutchinson.

MELLIN-OLSEN, S. (1987). *The politics of mathematics education*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.

MILL, J.S. (1975). *Three essays on liberty, representative government and the subjection of women*. Oxford: Oxford University Press.

MOLLENHAUER, K. (1973). *Erziehung und Emanzipation*. Munique: Juventa Verlag.

MÜNZINGER, W. (org.) (1977). *Projektorientierter Mathematikunterricht*. Munique: Urban und Schwarzenberg.

NEGT, O. (1964). *Soziologische Phantasie und exemplarisches Lernen*. Frankfurt: Europäische Verlagsanstalt.

NISS, M. (1977). "The 'crises' in mathematics instruction and a new teacher education at grammar school level". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 8, pp. 303-321.

_____ (1983). "Considerations and experiences concerning integrated courses in mathematics and other subjects". *In*: ZWENG, M. *et al.* (orgs.). *Proccedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education*. Boston/Basiléia/Stuttgart: Birkhäuser, pp. 247-249.

_____ (1984). "Kritisk matematikundervisning – nødvendig men vanskelig". *Unge Pædagoger* 4, pp. 21-29.

_____ (1985). "Applications and modelling in the mathematics curriculum – State and trends". *International Journal for Mathematical Education in Science and Technology* 18, pp. 487-505.

_____ (1989). "Aims and scope of applications and modelling in mathematics curicula". *In*: BLUM, W. *et al.* (orgs.). *Applications and*

modelling in learning and teaching mathematics. Chichester: Ellis Horwood, pp. 22-31.

NISS, M. e HERMANN, K. (1982). *Beskæftigelsesmodellen i SMEC III*. Copenhague: Nyt Nordisk Forlag Arnold Busck.

NOHL, H. (1970). *Die pädagogische Bewegung in Deutschland und ihre Theorie*. Frankfurt: Verlag G. Schulte-Buhnke.

ORMELL, C.P. (1972a). "Mathematics, applicable versus pure-and-applied". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 3, pp. 125-131.

_____ (1972b). "Mathematics, science of possibility". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 3, pp. 329-341.

OTTE, M. (1974). "Didaktik der Mathematik als Wissenschaft". *Zentralblatt für Didatiktik der Mathematik* 3, pp. 125-128.

PAFFRATH, F.H. (org.) (1987). *Kritische Theorie und Pädagogik der Gegenwart*. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.

PEIRCE, C.S. (1960). *Collected papers*, v. IV: *The simplest mathematics*. Cambridge, Massachusetts: The Belknap Press of Harvard University Press.

PETERS, R.S. (1966). *Ethics and education*. Londres: George Allen and Unwin.

PIAGET, J. (1970). *Genetic epistemology*. Nova York/Londres: Columbia University Press.

_____ (1973). "Comments on mathematical education". *In*: HOWSON, A.G. (org.). *Developments in mathematical education*. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 79-89.

POLLAK, H.O. (1979). "The interaction between mathematics and other school subjects". *In*: UNESCO. *New trends in mathematics teaching*, v. 4. Paris, pp. 232-248.

PURVIS, J. e HALES, M. (orgs.) (1983). *Achievment and inequality in education*. Londres: Routledge and Kegan Paul.

RAPP, F. (1981). *Analytical philosophy of technology*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.

RIESS, F. (org.) (1977). *Kritik des mathematisch naturwissenchaftlichen Unterrichts*. Frankfurt: Päd extra Buchverlag.

ROUSSEAU, J.J. (1968). *The social contract*. Londres: Penguin Books.

SCHUBERTH, E. (1971). *Die Modernisierung des mathematischen Unterrichts*. Stuttgart: Verlag Freies Geistesleben.

SCHUBRING, G. (1978). *Das Genetische Prinzip in der Mathematik-Didaktik*. Stuttgart: Klett-Cotta.

SCHUMPETER, J.A. (1987). *Capitalism, socialism and democracy*. Londres: Unwin Paperbacks.

SKOVSMOSE, O. (1980). *Forandringer i matematikundervisningen*. Copenhague: Gyldendal.

_____ (1981a). *Matematikundervisning og kritisk pædagogik*. Copenhague: Gyldendal.

_____ (1981b). *Alternativer i matematikundervisningen*. Copenhague: Gyldendal.

_____ (1984). *Kritik, undervisning og matematik*. Copenhague: Lærerforeningernes Materialeudvalg.

_____ (1985). "Mathematical education *versus* critical education". *Educational Studies in Mathematics*, v. 16, pp. 337-354.

_____ (1988a). "Mathematics as part of technology". *Educational Studies in Mathematics*, v. 19, pp. 23-41.

_____ (1988b). *Reflective knowledge and mathematical modelling*. R 88-13. S.l.: Departamento de Matemática e Ciência da Computação/Aalborg University Centre.

_____ (1989a). "Towards a philosophy of an applied oriented mathematical education". *In*: BLUM, W. *et al.* (orgs.). *Applications and modelling in learning and teaching mathematics*. Chichester: Ellis Horwood, pp. 110-114.

_____ (1989b). "Models and reflective knowledge". *Zentralbatt für Didaktik der Mathematik*, 89(1), pp. 3-8.

_____ (1990a). "Mathematical education and democracy". *Educational Studies in Mathematics*, v. 21, n. 2, pp. 109-128.

_____ (1990b). "Reflective knowledge: Its relation to the mathematical modelling process". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, v. 21, pp. 765-779.

_____ (1992). "Democratic competence and reflexive knowing in mathematics". *For the Learning of Mathematics*, v. 12, n. 2, pp. 2-11.

_____ (1994a). "Towards a critical mathematics education", *Educational Studies in Mathematics* 27, pp. 37-57.

_____ (1994b). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht/Boston/Londres: Kluwer Academic Publishers.

SNAPPER, E. (1979). "Three crisis in mathematics: Logicism, intuitionism and formalism". *Mathematics Magazine* (setembro), pp. 207-216.

STEINER, H.G. (org.) (1978). *Didatiktik der Mathematik*. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellshaft.

TAYLOR, F.W. (1947). *Scientific management*. Nova York: Harpers and Brothers.

UNESCO (1979). *New trends in mathematics teaching*, v. 4. Paris.

VOLK, D. (1975). "Plädoyer für einen problemorientierten Mathematikunterricht in emanzipatorischer Absicht". *In*: EWERS, M. (org.). *Naturwissenschaftliche Didaktik zwischen Kritik und Konstruktion*. Weinheim: Belz Verlag, pp. 203-234.

_____ (org.) (1979a). *Kritische Stichwörter zum Mathematikunterricht*. Munique: Wilhelm Fink Verlag.

_____ (1979b). *Handlungsorientierende Unterrichtslebre am Beispiel Mathematikunterricht*. v. A. Bensheim: Päd extra Buchverlag.

_____ (1980). *Zur Wissenschaftstheorie der Mathematik, Handlunsorientierende Unterrischtslehre*. v. B. Bensheim: Päd extra Buchverlag.

VOLMINK, J. (1989). "Non-school alternatives in mathematics education". *Science and Technology Education*, Document Series, n. 35. Paris: Unesco. (Relatórios e artigos apresentados no ICME VI, em Budapeste, 1988.)

WAGENSCHEIN, M. (1970). *Ursprüngliches Verstehen und exaktes Denken I-II*. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.

WITTENBERG, A.I. (1963). *Bildung und Mathematik*. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.

WITTMANN, E. (1976). *Grundfragen des Mathematikunterrichts*. Braunschweig: Vieweg.

YOUNG, M.F.D. (org.) (1971). *Knowledge and control*. Londres: Collier MacMillan.

YOUNG, R. (1989). *A critical theory of education*. Nova York: Havester Wheatsheaf.

IMPRESSÃO E ACABAMENTO
Barvin Gráfica e Editora Ltda

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

Na década de 1980, surge o movimento da educação matemática crítica, que se preocupa sobretudo com os aspectos políticos da educação matemática. Em outras palavras, o questionamento era pautado por perguntas como: a quem interessa que a educação matemática seja organizada dessa maneira? Para quem deve estar voltada?

O trabalho de Ole Skovsmose, entretanto, tem como centro a questão da democracia. O autor desta obra nos alerta que se a perspectiva democrática não estiver presente na educação matemática, esta será apenas uma domesticadora do ser humano em uma sociedade cada vez mais impregnada de tecnologia. Ole Skovsmose propõe o trabalho com projetos – também conhecido como *modelagem* na educação matemática, a partir do trabalho inicialmente desenvolvido por Rodney Bassanezi – como uma possível saída para que a questão democrática se apresente na sala de aula.

4ª Ed.
ISBN 85-308-0641-7
9 788530 80641

PAPIRUS EDITORA